



HAL
open science

L'ambivalence des mathématiciens face à l'image

Muriel Lefebvre

► **To cite this version:**

Muriel Lefebvre. L'ambivalence des mathématiciens face à l'image. *Communication & langages*, 2003, 136. sic_00001392

HAL Id: sic_00001392

https://archivesic.ccsd.cnrs.fr/sic_00001392v1

Submitted on 30 Mar 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'ambivalence des mathématiciens face à l'image

Tension entre normes et usages

Muriel Lefebvre

La communication scientifique est une forme de communication qui a donné lieu à des recherches nombreuses, qui tiennent à son caractère paradoxal : l'activité scientifique repose sur des codes et des règles de communication spécifiques tout en s'ouvrant à des espaces très larges de communication par la vulgarisation, mais aussi par les innombrables emprunts qu'elle fait à l'imaginaire social. Dans l'analyse des relations entre science et communication, les mathématiques apparaissent souvent comme la

forme pure et totalement abstraite du langage, la figure par excellence d'un travail scientifique abrité des séductions de la rhétorique. Muriel Lefebvre a cherché à préciser ce statut en enquêtant réellement sur l'usage que font les mathématiciens des images : sans mer l'idéal de rationalité qui habite ce monde, cette enquête montre les relations complexes, et en partie contradictoires, qu'il entretient avec une forme de communication qu'il exploite et rejette tout à la fois.

Les objets mathématiques sont d'une nature singulière. Du fait de leur degré d'abstraction, ils ne sont pas saisissables comme tels par une expérience sensible et immédiate. Leur appréhension soulève donc de nombreuses questions et les mathématiciens n'ont d'autre possibilité que de recourir à des représentations des objets qu'ils manipulent : des symboles ou encore ce que nous regroupons sous le terme d'images – schémas, figures, dessins. Il existe un véritable investissement des mathématiciens dans les images mathématiques, ce qui ne va pas pourtant sans s'accompagner d'un rapport complexe et bien souvent ambigu avec ces images.

Rares sont les mathématiciens qui ne produisent pas quelques dessins en préparant un brouillon ou à l'occasion de discussions et de séminaires informels : deux droites qui se croisent, un petit cercle, etc. On peut pourtant observer un phénomène étonnant : pendant les séminaires, la plupart des mathématiciens effacent leurs croquis juste après les avoir dessinés. On pourrait penser

14 Communication scientifique

que c'est le manque d'espace qui les conduit à éliminer leurs figures aussi précipitamment. Bien souvent néanmoins, les dessins continuent à être tracés, puis immédiatement supprimés, alors même que des pans entiers de tableau restent vierges. Ces mathématiciens agissent-ils ainsi par habitude ? Ils effacent en effet ces croquis comme si ceux-ci n'avaient pas lieu d'être dans un tel contexte. Comme si ceux-ci ne pouvaient être qu'éphémères. Comme s'ils ne faisaient pas réellement partie de l'énoncé mathématique. Pourtant, lorsqu'un enseignant en mathématiques est sollicité pour expliquer, par exemple, le théorème de Pythagore ou encore celui de Thalès, il commencera presque assurément par élaborer un petit dessin élémentaire sur lequel reposera toute son explication. L'image est-elle utile ou superflue ? Comment expliquer ce décalage ? Pour approfondir cette question, nous avons choisi une approche s'inspirant de l'anthropologie des sciences¹. Il s'agit d'associer une analyse de discours de chercheurs à une démarche ethnographique, reposant sur l'observation attentive et répétée des pratiques de communication à l'œuvre dans leur groupe de travail. Cette démarche a permis d'étudier la communication en actes et, en particulier, d'analyser l'usage qui pouvait être fait des images scientifiques en situation d'interaction. Parallèlement à ces observations, une série d'entretiens a été menée avec des mathématiciens invités à réagir à un même ensemble d'images, quarante représentations visuelles extraites d'articles parus entre 1939 et 1997 dans la revue américaine *The Annals of Mathematics*². À partir de l'analyse qualitative du contenu des entretiens, nous avons cherché à préciser le statut des images en mathématiques et les représentations collectives qui y étaient associées.

1. B. LATOUR et S. WOOLGAR, *La Vie de laboratoire : la production des faits scientifiques*, Paris, La Découverte, 1979.

2. 41 entretiens de type semi-directif sur le thème de l'image mathématique et de son statut ont été réalisés entre 1997 et 2000 avec des mathématiciens strasbourgeois travaillant dans des domaines aussi variés que l'analyse, la topologie, l'algèbre ou encore la théorie des nombres. Pour plus de détails sur la méthodologie, voir notre thèse de doctorat (M. LEFEBVRE, *Images, écritures et espace de médiation : étude anthropologique des pratiques graphiques dans une communauté de mathématiciens*, Thèse, Université Strasbourg I, 2001). *The Annals of Mathematics* est signalé comme l'un des périodiques de mathématiques les plus lus – et les plus respectés – dans le monde académique. Il couvre tous les domaines des mathématiques fondamentales et accepte des articles rédigés par des auteurs de toutes nationalités.

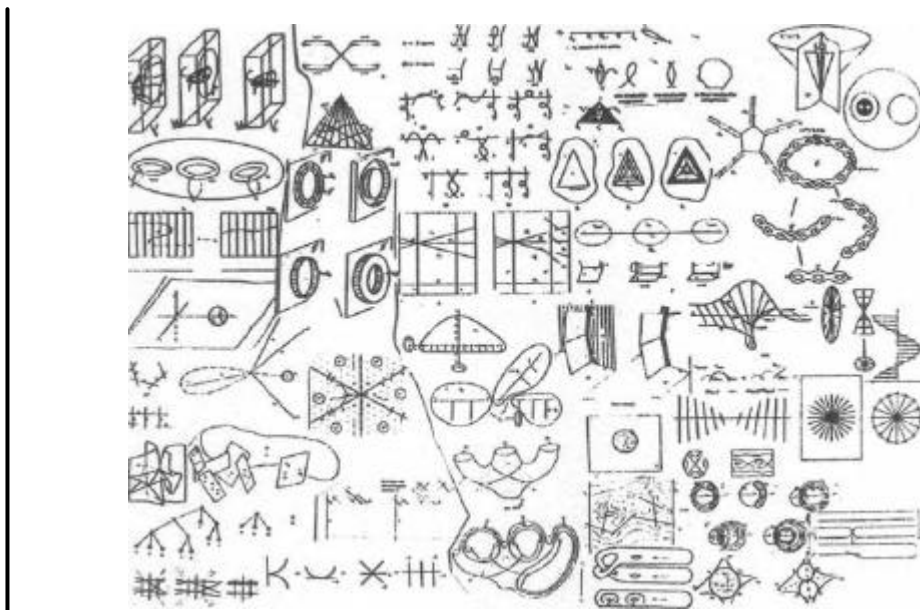


Illustration 1 : corpus d'images recueillies dans les articles d'une spécialité mathématique, la géométrie algébrique, parus entre 1939 et 1997 dans la revue américaine *The Annals of Mathematics*.

Ce qui ressort de cette analyse, c'est que la relation entretenue par les mathématiciens avec les images qu'ils manipulent et plus profondément leur jugement sur l'image et la représentation visuelle sont marqués par une profonde ambiguïté et un discours largement contradictoire. L'image n'a pas en effet en mathématiques un statut unique, elle apparaît tout à la fois comme une ressource essentielle du travail et comme un objet rejeté de l'univers scientifique. Le rôle de l'image est d'une certaine façon dénié, en même temps que l'image fait l'objet d'une forme de consécration. Comment peut-il en être ainsi ? Nous pouvons mieux comprendre ce paradoxe en explorant les commentaires que nous ont fournis les mathématiciens rencontrés au cours de cette recherche³.

3. Tout au long de cet article, nous nous appuyons largement sur des extraits d'entretiens pour illustrer nos propos. Nous avons adopté les conventions suivantes :

- A : initiale de l'interview é
- [...] lorsque nous avons fragmenté l'entretien,
- ... : lorsque l'interview é cherche ses mots ou se répète,
- [rires] : pour décrire une expression particulière de l'interview é.

UN DISCOURS DE DÉNÉGATION

Une observation des pratiques de communication en mathématiques montre que les chercheurs utilisent de nombreuses représentations visuelles de natures très variées (figures, arbres, graphes, diagrammes, etc.), dans des contextes et avec des supports les plus divers : brouillons, articles, tableaux des séminaires, discussions entre collègues, etc. Cependant, s'ils reconnaissent utiliser effectivement ces images, la plupart ont affirmé ne pas en avoir *véritablement* besoin. Le rejet de l'image répond à une gamme d'arguments, que nous pouvons détailler succinctement.

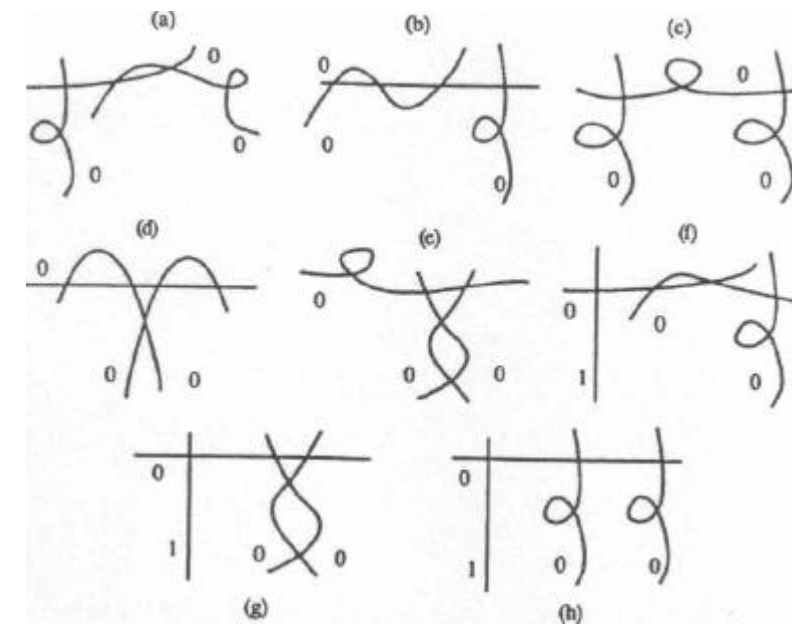


Illustration 2 : exemple d'illustration insérée dans un article spécialisé.

L'image superflue

Au cours des entretiens, les mathématiciens ont, dans une grande majorité, prétendu que les images n'étaient pas vraiment nécessaires aux mathématiques. C'est ainsi que de nombreux chercheurs ont déclaré qu'il n'y avait que très peu de figures dans les articles mathématiques. Les images seraient

tout simplement inutiles et superflues, comme en témoigne l'extrait suivant :

K : C'est des dessins destinés aux manuels. Ça ne sert pas à grand-chose... Ce sont vraiment des dessins pour des ignorants ! [rires].

D'après ce chercheur, ces images sont trop peu spécialisées pour apparaître dans un article de recherche. Il s'agit pourtant de représentations extraites d'articles de recherche spécialisés. Un autre mathématicien défend une position similaire :

N : Dans mes articles, je ne dessine pas car tout le monde connaît. Ce n'est pas la peine. [...] Un polygone de Néron c'est quand même quelque chose de si facile qu'on n'a pas besoin de le redessiner chaque fois qu'on l'utilise. On le fait une fois dans les manuels pour les étudiants, et quand l'étudiant l'a appris...

Pourquoi redessiner une image que tout le monde connaît ? Ces figures mathématiques seraient redondantes dans la mesure où elles sont censées être intériorisées par les mathématiciens. De manière explicite, une distinction est établie entre les images des manuels d'étudiants – pour les profanes, les « ignorants » – et celles qui sont utilisées dans les articles de recherche – destinées aux spécialistes. Autant la présence de figures dans les manuels est considérée comme justifiée en raison de leur intérêt pédagogique, autant réunir de telles figures dans les articles de recherche est jugé inutile et superflu.

Une mauvaise réputation

L'utilisation de figures serait en fait particulièrement « mal vue » par les mathématiciens :

K : Le vrai problème de l'utilisation des dessins en mathématiques, c'est que c'est extrêmement mal vu. Il y a évidemment des changements en mathématiques. Mais encore, c'est presque impossible d'imaginer un texte où des dessins font une partie des démonstrations. [...] Il y a un préjugé.

Si les figures sont absentes des documents mathématiques, c'est, nous dit ce mathématicien, parce qu'il existe un « préjugé » de la part de la communauté des scientifiques,

18 Communication scientifique

contre les ressources visuelles. L'image aurait une mauvaise réputation en mathématiques.

L'image indésirable

Au-delà de leur caractère superflu ou de leur mauvaise réputation, les figures deviennent parfois franchement indésirables. D'après un mathématicien, « le contenu scientifique, c'est ce qui reste quand on a supprimé les images... ». Insérer une figure dans un texte serait contraire à la démarche scientifique. Seul le texte formel aurait une authentique valeur mathématique. Un autre chercheur précise :

B : Les mathématiques arrivent au moment où on s'affranchit des images. C'est-à-dire qu'on sort de l'activité psychique personnelle pour rentrer dans l'activité socialement échangeable sous la forme la plus conventionnelle, c'est-à-dire écrite, par rapport à ce qui est des mathématiques, au moment où précisément ça prend sa forme symbolique, et donc on s'est affranchi des images. [...] Beaucoup de choses peuvent se dessiner, et puis, il y a très peu de choses qui finalement deviennent des maths à partir du dessin. Donc l'épreuve de vérité, c'est quand c'est devenu une formule.

Ce chercheur présente les mathématiques comme une science objective, détachée de toute contrainte psychologique et matérielle et, par amalgame, des images. Apparaissent ici en filigrane deux traits essentiels, une image de la « pureté » des mathématiques et un modèle du travail mathématique. Les « vraies mathématiques » sont pour ce chercheur incarnées dans une forme écrite conventionnelle, épurée de tout élément subjectif et sensible. D'autre part, il existe un schéma imposé des différentes phases de l'activité mathématique : l'élaboration de l'avant-texte⁴ – comprenant les activités qui concernent toutes les phases antérieures à la rédaction finale de l'article – s'oppose au produit final formalisé que constitue l'article. Si les images participent à l'avant-texte, seul le produit final relèverait des « vraies mathématiques ».

4. O. WELFELE, « Organiser le désordre : usages du cahier de laboratoire en physique contemporaine », *Alliage*, n° 37-38, 1998, p. 25-41 ; P. ACHARD, « L'écriture intermédiaire », *Communications*, n° 58, 1994, p. 149-156 ; J. DENIS et D. PONTILLE, « L'écriture comme dispositif d'articulation entre terrain et recherche », *Alinéa*, n° 12, 2002, p. 93-106.

Image et preuve

Si certains chercheurs refusent à l'image un statut identique à celui de l'écriture formelle, d'autres se montrent plus précis et la rejettent de la rédaction des démonstrations au motif qu'elle ne pourrait constituer un moyen de preuve :

L : Bon, de toute façon, il est clair qu'on ne fait pas de démonstration en faisant... Je veux dire, les démonstrations formelles... et validables, en faisant un dessin. Un dessin, on ne l'utilise que comme une aide, au texte, à la compréhension du texte qui est à côté.

La figure est reléguée au statut d'outil pédagogique et heuristique, tout en étant associée au paratexte. De ce point de vue, l'image ne peut en aucun cas faire partie des démonstrations. Elle est identifiée à un support secondaire par rapport à l'écriture, non pris en compte dans le système de validation mathématique. L'image ne serait en effet pas « validable ». Un autre chercheur va plus loin en affirmant :

T : Je pense qu'une preuve doit être une preuve. Moi j'aime beaucoup les dessins, mais il y a des choses avec lesquelles on ne peut pas plaisanter. Une revue qui se veut sérieuse ne peut pas publier un théorème dont la preuve n'est pas complète.

Ce chercheur semble associer l'image à une « plaisanterie ». Une image pourrait masquer les trous d'une démonstration, mais ne saurait en aucun cas faire partie d'une preuve formelle. Un article « sérieux » serait un article sans représentation visuelle. Un mathématicien perd-il en crédibilité aux yeux de ses collègues s'il recourt à des images, non pas comme simples illustrations, mais dans l'écriture du texte voire comme outil de démonstration ?

Le répertoire formel

Il ressort de manière très précise de l'ensemble de ces entretiens que, pour les mathématiciens, il n'est pas possible de se fier à l'image en tant qu'instrument de validation. Il s'agirait selon un chercheur d'une « forme de leurre, qui soutient l'illusion du sens ». Les mathématiciens reprennent ici à leur compte un discours récurrent depuis Platon : celui d'une image fallacieuse. Image et rationalité ont longtemps été présentées

20 Communication scientifique

comme antagonistes, au nom de dichotomies entre le sensible et l'intelligible ou encore entre le concret et l'abstrait. Reprenant le discours de Platon pour qui l'activité intellectuelle serait une émancipation à l'égard des contenus sensibles, les mathématiciens s'efforcent de « s'affranchir des images » pour aller à l'essence des mathématiques. Celles-ci reposeraient exclusivement sur un contenu formel. Cela amène les mathématiciens à tenir un discours déniautout intérêt à l'image lorsqu'ils abordent des questions liées aux notions de rigueur, de preuve, de démonstration, concernant finalement les procédés de certification et de reconnaissance. L'image est tour à tour présentée comme superflue, incapable de rendre compte des subtilités mathématiques, ou encore carrément indésirable à l'écriture des mathématiques. Ce refus de l'image dans les écrits mathématiques est avant tout légitimé par des critères dits « mathématiques » ; Il faut entendre par là des critères formels capables de mettre hors de cause le mathématicien en tant qu'individu, le contexte social et matériel de ses activités, au bénéfice du seul caractère formel, objectif, et d'une certaine façon idéalisé, des mathématiques.

Ce discours, qui traduit une représentation formelle des mathématiques, centré sur le produit fini – la publication qui valide un résultat – nous le qualifions de *répertoire formel*⁵. Il fait référence aux mathématiques en tant que discipline, qu'édifice – *LA mathématique*, proclamera Bourbaki dans les années 1960 – aux méthodes de validation formelles, bien plus qu'aux pratiques quotidiennes des chercheurs.

UN DISCOURS DE CONSÉCRATION

Aux antipodes de ces propos dépréciant le registre visuel, c'est un véritable discours de consécration que nous avons pu rencontrer, dans lequel l'image est présentée comme indispensable à l'élaboration et à l'exposition des connaissances mathématiques.

5. Nous nous sommes inspirés des répertoires interprétatifs décrits par les sociologues Mulkay et Gilbert dans leur analyse de discours de scientifiques (G.N. GILBERT et M. MULKAY, *Opening Pandora's Box. A sociological Analysis of Scientists Discourse*, Cambridge University Press, 1984) et sur les travaux réalisés par Rotman sur les mathématiques (B. ROTMAN, « Thinking Dia-Grams : Mathematics, Writing and Virtual Reality », *The South Atlantic Quarterly*, n° 94-2, p. 389-416.

L'image comme outil heuristique

L'image mathématique n'est pas toujours dépeinte sous un jour trivial par les chercheurs. À de nombreuses reprises, l'image nous a été décrite comme un support de pensée, permettant l'élaboration de nouvelles idées :

T : Il m'arrive souvent, bien sûr, quand je réfléchis, de faire des dessins sur le papier, qui sont des vues en perspective de surfaces, disons... Et qui me servent de support, en quelque sorte, à la réflexion. Ça a un statut qui n'est pas bien défini. Je ne les utilise pas du tout comme des images sur lesquelles je travaille vraiment. Mais le fait que j'ai un dessin précis, ça suggère quelque chose, parce que je pense en dimensions quelconques, en général. [...] Mais, j'ai besoin d'avoir un support précis, une image vraiment dessinée.

Pour ce mathématicien, les images sont inhérentes aux premiers défrichages intellectuels, aux activités de recherche et de production de nouveaux savoirs.

Le rôle heuristique des images interviendrait dans d'autres cas de façon tout à fait inattendue, comme en témoigne l'extrait de l'entretien suivant. Un chercheur y commente l'analyse de la représentation d'une courbe, visualisée à l'aide d'un programme informatique :

AP : En faisant tracer par la machine, en prenant un intervalle de temps très court pour faire des images qui se déformaient continuellement, tout à coup, on voyait apparaître ça. On le voyait apparaître précisément parce que la machine pouvait faire les calculs exacts sur des intervalles de temps très courts. Ça avait l'air d'être une erreur de programmation, de calcul, de quelque chose. [...] Là, la machine m'a finalement forcé... l'image m'a forcé à voir le phénomène.

D'après ce mathématicien, c'est la visualisation d'une courbe qui l'a incité à étudier un phénomène nouveau. Sans cette image, il aurait peut-être ignoré un élément particulièrement intéressant pour ses recherches. Décrite ainsi, son expérience témoigne de l'attribution d'un certain pouvoir à l'image. L'image « oblige » à regarder, ou plutôt à appréhender autrement l'objet mathématique. C'est en ce sens qu'elle constitue un outil heuristique fondamental : c'est un support pour penser, réfléchir, et

22 Communication scientifique

« construire » des résultats ou énoncés originaux. Elle serait donc loin de n'avoir qu'un usage figuratif.

Faire sens

Si l'image constitue un support heuristique parfois indispensable à la production des mathématiques, certains vont jusqu'à affirmer : « On ne pourrait pas s'en passer ». C'est ce qu'explique une mathématicienne, à propos d'une figure publiée dans un de ses articles :

A : Là, ça n'avait pas de sens sans dessin, en fait. C'est particulier. C'est un article dans lequel les théorèmes, c'est de dire... précisément comment sont faits certains dessins. C'est pas un truc comme ça. C'est inhérent au sujet. [...] Comment vous voulez que je raconte ça autrement qu'en montrant les figures ? Ça n'avait pas de sens s'il n'y avait pas de dessins.

Ici, le dessin était « inhérent au sujet » : l'article perdait tout son « sens » sans image. L'objectif des auteurs était en effet de décrire et d'étudier quelques figures bien spécifiques. Ces dessins n'ont donc pas été reproduits pour illustrer l'article, mais bien pour le légitimer. L'image est présentée ici comme participant directement aux processus de transmission et de construction de sens entre les chercheurs.

L'image indispensable

Il est parfois très difficile – ou terriblement fastidieux, aussi bien pour le rédacteur que pour son lecteur – de décrire certaines manipulations d'objets mathématiques uniquement en langage formel. « Une image vaut mieux que dix mille mots » pour citer le célèbre aphorisme, ou encore « Un dessin est souvent beaucoup plus clair qu'une longue démonstration » pour reprendre le propos d'un chercheur. Cette idée est longuement développée dans l'extrait suivant :

K : Maintenant, je travaille sur un article où il y aura énormément de dessins. Ça, c'est clair. Mais on ne peut pas faire autrement. Car ça fait partie des démonstrations. Même si ce genre de choses n'est pas reconnu, on ne peut pas faire autrement... Les gens qui travaillent dans le même domaine comprennent que c'est complètement ridicule de chercher des traductions de ça en termes formels. C'est beaucoup plus clair avec le dessin.

Tout peut se traduire en langage formel. Mais dans ce cas explicite, concret, c'est insensé. C'est comme ça qu'on travaille. Ces dessins font partie d'une démonstration. Même si c'est mal vu par la communauté.

L'argument initial est ici retourné : dans certaines situations mathématiques bien spécifiques, l'image serait indispensable à la rédaction de démonstrations, l'utilisation de l'écriture formelle alourdissant alors inutilement le texte et n'étant pas en mesure de tout représenter. L'image est ici explicitement considérée comme participant directement à l'écriture des mathématiques. Certaines figures représentent le calcul : elles ne sont pas développées comme « équivalentes au calcul, mais sont LE calcul » ajoute un autre chercheur. Elles deviennent constitutives de l'objet considéré⁶.

Le répertoire contingent

Nous sommes ici au cœur d'un véritable discours de consécration de l'image : « L'image force à voir un phénomène », « On ne peut pas faire autrement », « Ça n'aurait pas de sens sans dessin, ça serait insensé », « Comment voulez vous faire autrement ? », « Tout le monde aurait fait pareil en parlant de ce sujet », « On ne peut pas s'en passer ». L'image serait parfois indispensable aux activités d'élaboration des connaissances (notamment dans son rôle heuristique) mais aussi à réécriture des mathématiques (pour sa valeur synoptique). C'est en fait la question du sens qui est ici soulevée : qu'est ce qui donne sa signification à un texte mathématique ? Un texte uniquement rédigé dans un système formel a-t-il toujours un sens ?

Lorsque les mathématiciens décrivent ainsi leurs pratiques quotidiennes de recherche, il n'est plus question pour eux de dénier un rôle à l'image. Au contraire, celle-ci est présentée comme indispensable à l'élaboration et à la diffusion du savoir mathématique. Mais son utilisation est alors limitée à un contexte contingent. Dans ce second registre de discours, les chercheurs abordent la question de leurs pratiques personnelles

6. Ainsi, en théorie des nœuds, certaines représentations visuelles sont considérées comme des objets mathématiques en soi.

24 Communication scientifique

de mathématicien⁷. C'est pourquoi nous appelons ce répertoire le *répertoire contingent*. Il milite en faveur de l'image et il est utilisé pour décrire des pratiques, des manières de faire, de produire les mathématiques. Ce répertoire fait finalement référence aux idiosyncrasies individuelles bien plus qu'à l'idéal mathématique caractérisé par le *répertoire formel*.

AMBIVALENCE ET CONTRADICTIONS

Répertoires formel et contingent se juxtaposent, s'entremêlent bien souvent en un même discours ambivalent vis-à-vis de l'image mathématique. « On n'utilise pas d'images, mais on a besoin d'en utiliser », semblent dire la plupart des chercheurs. Il convient à présent d'analyser comment ces différents discours s'articulent et prennent sens l'un par rapport à l'autre.

Le malaise

Le refus de l'image, le caractère « mal vu » de son utilisation, n'est pas sans en agacer certains :

LE : Je dirais que ce n'est qu'en maîtrise qu'on a cessé de me dire qu'il ne fallait pas croire un dessin. [...] Ce n'est peut-être pas une démonstration, mais ça aide quand même. C'est important de le voir. Et moi, j'aurais préféré qu'on me dise plus tôt que les dessins, c'était très important. [...] J'ai beaucoup de critiques à faire sur l'éducation que j'ai reçue, la façon dont on m'a enseigné les maths... Et l'une des critiques que je fais, c'est l'interdiction de faire des dessins. La méfiance à l'égard des dessins. On n'a pas le droit de faire des dessins. C'est trompeur. Et c'est vrai que c'est trompeur. Mais c'est quand même... On n'a rien de mieux ! Je ne sais pas, c'est à la fois trompeur, et à la fois, ça marche. Après, après, il y a le travail de vérifier [...] Enfin, pour moi, comprendre ça veut dire mettre une image.

Cette chercheuse dénonce l'iconoclasme prévalant en mathématiques dès les études secondaires. Elle s'élève fortement contre la « mauvaise réputation » des images, présente tout au long de son éducation et contre le thème récurrent de « l'image trompeuse ». Tout en reconnaissant des limites à l'emploi

7. Au cours des entretiens, ils se sont d'ailleurs souvent appuyés sur des images extraites de leurs propres articles pour illustrer leurs propos.

d'images, cette chercheuse insiste sur son utilité dans différentes phases de l'activité mathématique : comme support à l'intuition, dans la création, et plus particulièrement dans la communication. Elle exprime surtout un malaise, celui d'une communauté face à des standards qui ne sont peut-être pas toujours en adéquation avec des pratiques : il ne devrait pas être fait appel aux images dans l'écriture des mathématiques, puisqu'on n'est pas censé en avoir besoin. Cette mathématicienne insiste cependant sur le fait qu'une « vraie » démonstration mathématique ne contient pas d'image. Elle inscrit donc ses propos simultanément dans les deux répertoires contingents et formel : l'image, utile localement, dans un travail de création, devrait être supprimée de la phase finale de rédaction d'un article. Par ses deux dimensions imbriquées, le discours de cette chercheuse est l'expression d'un malaise général vis-à-vis des ressources visuelles.

L'image dissimulée

Le recours à l'image dans la présentation formelle des connaissances serait « dissimulé »:

H : Ce n'est pas parce que les figures ne figurent pas dans leurs articles qu'elles ne sont pas quelque part présentes. [...] Parce que vous avez cette différence entre ce qui est effectivement publié, et ce avec quoi les gens travaillent.

Un autre chercheur explique :

K : Vous pouvez travailler avec. Et même si ce n'est pas accepté par les mathématiciens comme un langage formel, c'est extrêmement formalisé. Donc, on peut faire des démonstrations en utilisant uniquement ce genre de représentations. Et c'est pratique. Je pense que pas mal de gens le font. Sauf qu'ensuite, vous n'en trouverez jamais de traces dans des textes.

Certaines images sont considérées comme de remarquables instruments de travail. Ces dessins seraient même suffisamment formalisés pour être intégrés aux outils d'écriture mathématiques, justifiant ainsi leur utilisation dans l'élaboration de démonstrations. Néanmoins, d'après ces deux chercheurs, leur usage ne pourrait être que local et contingent, hors des procédés de publication. Cette dissimulation des activités

26 Communication scientifique

d'élaboration dans la rédaction finale d'une publication montre à quel point le statut des représentations visuelles varie d'une activité mathématique à une autre : une distinction est établie entre un usage privé des figures et une dissimulation de celles-ci dans des contextes publics d'exposition et de validation des résultats.

Censure ou autocensure ?

Existe-t-il des contraintes régulant l'expression du discours des mathématiciens?

CA : Je pense que je suis obligé de me limiter, parce que quand on publie des articles dans les revues standards, bon, les dessins un petit peu compliqués, ils rechignent, ils rechignent. Et puis il y a une espèce de consensus anti-dessin dans la communauté mathématique. [...] Il y a une telle autocensure dans le milieu, il y a une telle prégnance de certains canons d'écriture que tout le monde est obligé de passer à la moulinette. Et très peu peuvent se permettre de ne pas le faire.

Les termes de « consensus anti-dessin », d'« autocensure », d'« idéologie », de « canons d'écriture » font référence à un système de validation et de reconnaissance régi par les comités de rédaction des grandes revues – et partant, par de puissantes associations représentant la « communauté mathématique ». D'après ce chercheur, certaines revues mathématiques refuseraient l'ajout de représentations visuelles aux articles publiés. Les « canons d'écriture » seraient si affirmés qu'il serait difficile de les dépasser en personnalisant d'une quelconque manière l'écriture d'un article. La tension s'exprime ici différemment. Selon ce chercheur, lui et ses collègues utiliseraient volontiers des images, mais d'une certaine façon, ne se le permettent pas. Il faut cependant souligner que nous n'avons relevé aucun interdit « explicite » de l'image dans toutes les instructions aux auteurs éditées par les revues de mathématiques que nous avons analysées⁸. Cet interdit de l'image, complètement intériorisé, ne fait référence à aucune contrainte explicite.

8. Les instructions aux auteurs comportent généralement des consignes sur la taille de la figure, le logiciel à utiliser, mais jamais ni leur fréquence, ni leurs quotas.

TENSION ENTRE NORME ET USAGE

Dans cet article, nous avons souligné l'extrême variété des images mathématiques et la diversité des opinions exprimées à propos de ces représentations visuelles. Cette pluralité de discours rend compte d'une réalité plurielle : différentes images sont utilisées d'un domaine mathématique à l'autre et chaque chercheur est imprégné d'une culture mathématique qui lui est propre. Cependant, si chaque discours nous renseigne sur des expériences individuelles, il nous éclaire aussi sur des représentations collectives. Car, au-delà des divergences, des particularités individuelles et disciplinaires, c'est un discours relativement consensuel sur le statut de l'image qui a émergé. La plupart des chercheurs entretiennent en effet un double discours vis-à-vis des images mathématiques, à la fois de déni et de consécration. D'un côté, les mathématiques sont présentées comme devant s'écrire dans un langage formel auquel il convient d'ôter tout aspect figuratif. De l'autre, il est considéré comme impossible dans certains domaines (comme en théorie des nœuds) de travailler sans images. Celles-ci s'avèrent alors indispensables à l'élaboration et à la diffusion des mathématiques. Beaucoup de contradictions – et de malaises – dans un même discours.

Ce qui nous paraît particulièrement intéressant ici, c'est que ces différents discours s'entremêlent bien souvent chez les mêmes chercheurs :

AP : C'est-à-dire qu'il y a une tendance formaliste en mathématique, qui tend à faire que le raisonnement mathématique doit pouvoir s'écrire formellement, sans avoir besoin de figures. Mais pratiquement, on se repose bien souvent sur des images.

Le rapport ambigu des mathématiciens aux images peut finalement s'expliquer par l'existence d'une tension permanente entre un discours sur LA mathématique telle que les mathématiciens voudraient idéalement qu'elle se pratique et s'écrive et un discours sur la pratique effective qu'ils ont de cette discipline. Le modèle s'énonce dans le répertoire formel, l'expérience dans le répertoire contingent. Chaque discours s'inscrit soit dans une description globale des mathématiques, soit dans une pratique locale. D'un côté, les chercheurs offrent une représentation de la

science mathématique, qui reste très générale, très rigide. Ils font référence à des contraintes, des conventions d'écriture fortes, qui sont à la base d'un système de validation et de reconnaissance. Dans ce cas, les mathématiciens parlent de l'article, du produit fini, de ce qui est finalement rendu public, mais ils omettent – volontairement ? – de mentionner ce qui a pu participer à son élaboration et écartent tout élément social, psychologique et matériel. Sur l'autre plan, les mathématiciens s'expriment sur leurs propres pratiques de mathématicien, de chercheur et sur la phase tout à fait informelle de leur production. Ce dernier discours met directement en scène les chercheurs interviewés à travers un questionnement de leurs propres pratiques DES mathématiques.

Finalement, plusieurs niveaux de pratiques et de significations interfèrent. Ils permettent d'articuler des discours et des représentations collectives d'un côté et de l'autre des usages et des cultures. « Être mathématicien », aujourd'hui, c'est jongler avec ces différents registres de discours, de représentations et de pratiques. Il n'est pas malvenu d'être iconophile dans la pratique, en développant une sensation de prise sensorielle sur des objets abstraits ; mais il convient également de refuser cette prise en effaçant toute esquisse visuelle des publications mathématiques, afin de se conformer à la *doxa* mathématique.