Approximation polygonale à partir d'une analyse multi-ordres des points de contour

Isabelle Debled-Rennesson, Salvatore Tabbone, Laurent Wendling

▶ **To cite this version:**

Isabelle Debled-Rennesson, Salvatore Tabbone, Laurent Wendling. Approximation polygonale à partir d'une analyse multi-ordres des points de contour. Jun 2004. sic_00001215

HAL Id: sic_00001215

https://archivesic.ccsd.cnrs.fr/sic_00001215

Submitted on 7 Dec 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Approximation polygonale à partir d'une analyse multi-ordres des points de contour

I. Debled-Rennesson[1] – S. Tabbone[1,2] – L. Wendling[1]

[1] LORIA-INRIA
[2] Université de Nancy 2
Campus Scientifique, BP 239, 54506 Vandœuvre-les-Nancy Cedex France

{debled,tabbone,wendling}@loria.fr

Résumé : *Dans cet article, nous proposons une extension de l'approche définie dans [DEB 03a, DEB 03b]. Celle-ci repose sur la notion de segments flous basée sur la définition arithmétique des droites discrètes[REV] ayant une épaisseur variable. Nous proposons un cadre d'analyse multi-ordres d'une chaîne de points où l'ordre le plus élevé correspond à une description de la chaîne en segments flous d'épaisseur élevée et l'ordre le moins élevé à l'épaisseur la plus fine. La position des points des extrémités des segments obtenus à un ordre élevé est affinée aux niveaux les plus bas. L'approche est exempte de seuil et découpe automatiquement une chaîne de points d'un contour en ses composantes les plus significatives.*

Mots-clés : approximation polygonale, analyse multi-ordres, segment flou.

1 Introduction

Généralement, l'objectif d'une méthode d'approximation polygonale est de fournir un découpage d'une chaîne de points en segments de façon à minimiser un critère d'erreur global ou à ne pas dépasser localement une erreur. L'intérêt est de donner une description qui soit plus compacte et plus adaptée pour des traitements ultérieurs d'interprétation ou de reconnaissance de formes. Les chaînes de points sont principalement issues d'un détecteur de contours dans des images à niveaux de gris ou d'un squelette dans des documents graphiques.

De nombreuses méthodes concernant l'approximation polygonale ont été proposées ces dernières années [DAV 99, ROS 97, YIN 00]. Dans certains cas [RAM 72, SKL 80, WAL 84] on examine successivement les points pour déterminer le plus long segment qui vérifie un seuil de tolérance prédéfini. Perez et Vidal [PER 94] ont donné un algorithme qui minimise une erreur globale en se fondant sur la programmation dynamique. L'approche souffre néanmoins de sa complexité élevée car toutes les configurations sont examinées et, pour chacune d'elles, une erreur globale d'approximation est calculée. Cet algorithme a suscité beaucoup d'intérêt et de récents travaux [KOL 03, SAL 01] ont été proposés pour réduire la complexité de l'approche. Par ailleurs, des méthodes de division/fusion [RAY 95, ROS 89] se focalisent sur la division récursive d'une chaîne de points en segments si le découpage excède un seuil d'erreur prédéfini et le cas échéant fusionnent les segments. Dans d'autres approches [ANS 91, ROS 89, WU 93] des points d'accroches correspondant à des points de forte courbure sont injectés dans le processus de segmentation.

Malgré le nombre important de méthodes d'approximation, il subsiste des problèmes majeurs de robustesse, de stabilité aux transformations géométriques et de complexité. De plus, les algorithmes reposent sur des seuils de tolérance d'erreurs qui sont définis manuellement sans aucune connaissance sur la valeur du seuil le plus pertinent. De plus ceux-ci peuvent être différents d'une chaîne de points à l'autre.

Dans cet article, nous proposons une amélioration de l'approche définie dans [DEB 03a, DEB 03b]. La méthode consiste à découper une chaîne de points en un ensemble de segments dits flous pour un ordre fixé [1]. Ici, l'ordre est fonction de l'épaisseur de la droite discrète support du segment flou et sa valeur permet de tolérer, le long de la chaîne, des fluctuations dûes au bruit. Nous avons remarqué qu'à un faible niveau les extrémités des segments flous sont bien positionnées par rapport à la forme générale de la chaîne mais en revanche trop de segments sont obtenus. À un haut niveau, seul les segments flous significatifs demeurent, mais les extrémités sont mal placées par rapport aux positions attendues. Dans cette perspective, nous proposons une analyse multi-niveaux qui permet de définir une méthode exempte de seuil et de décrire une chaîne de points en ses segments les plus significatifs. Pour ce faire une chaîne de points est décomposée dans un espace multi-niveaux. Le premier niveau correspond à l'épaisseur la plus fine dans le cas discret. Le haut niveau est défini suivant un critère de stabilité entre deux niveaux successifs. Ensuite les extrémités des segments flous du haut niveau sont repositionnées à des niveaux inférieurs.

Dans le paragraphe suivant (§2), nous rappelons les concepts théoriques concernant la définition d'un segment flou d'ordre fixé. Ensuite (§3) nous présentons l'algorithme pour découper une chaîne de points en un ensemble de segments flous pour un ordre donné. Enfin, notre approche pour analyser une chaîne de points dans un espace multi-niveaux ainsi que les résultats obtenus sont présentés dans les paragraphes 4 et 5.

[1] Pour alléger le texte nous utiliserons la notion de niveau ou d'ordre indifféremment.

2 Segment flou

Dans ce qui suit, nous nous référons au premier octant ($8^{ième}$) du plan tel que $x \geq 0$ et $0 \leq y \leq x$). La notion de segment flou repose sur la **définition arithmétique des droites discrètes** [REV] où une droite de pente $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$), de borne inférieure μ et d'épaisseur ω (avec a, b, μ et ω des nombres entiers) est l'ensemble des points entiers (x, y) vérifiant $\mu \leq ax - by < \mu + \omega$. Une telle droite est notée $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$.
Les droites réelles $ax - by = \mu + \omega - 1$ et $ax - by = \mu$ sont appelées les **droites d'appui** de $\mathcal{D}$. De plus, les points (x_L, y_L) (resp. (x_U, y_U)) de $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$ qui verifient $ax_L - by_L = \mu + \omega - 1$ (resp. $ax_U - by_U = \mu$) sont les **points d'appui inférieurs (resp. supérieurs)** et situés en dessous (resp. au dessus) de tous les autres points de $\mathcal{D}$ (voir les pixels en pointillés de la figure 1). Considérons les définitions suivantes [DEB 03a] :

Définition 1 : un ensemble $\mathcal{S}f$ de points consécutifs ($|\mathcal{S}f| \geq 2$) d'une courbe 8-connexe est un **segment flou d'ordre d** si et seulement si il existe une droite discrète $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$ telle que tous les points de $\mathcal{S}f$ appartiennent à $\mathcal{D}$ et que $\frac{\omega}{max(|a|,|b|)} \leq d$. La droite $\mathcal{D}$ est dite **englobante** pour $\mathcal{S}f$.

L'ordre du segment flou permet de limiter l'épaisseur de la droite discrète englobant la suite 8-connexe de points d'un segment flou, et ainsi, contrôler la hauteur du palier vertical de la droite englobante.
Pour être raisonnablement proche des points du segment flou, nous introduisons une condition plus restrictive avec la notion de droite strictement englobante définie ci-dessous.

Définition 2 : soit $\mathcal{S}f$ un segment flou d'ordre d dans l'intervalle des abscisses $[0, l-1]$ et $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$ une droite englobante de $\mathcal{S}f$. $\mathcal{D}$ est dite **strictement englobante pour** $\mathcal{S}f$ si, $\mathcal{D}$ possède au moins trois points d'appui dans l'intervalle $[0, l-1]$ et si, $\mathcal{S}f$ contient au moins un point d'appui inférieur et un point d'appui supérieur de $\mathcal{D}$.

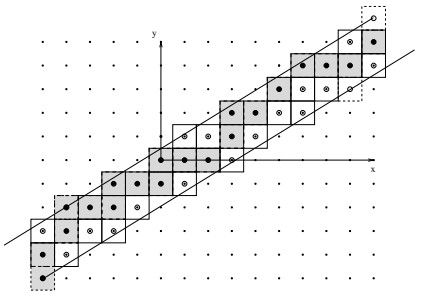

FIG. 1 – Points de $\mathcal{D}(8, 13, -6, 32)$ dans l'intervalle des abscisses $[-5, 9]$, en gris un segment flou d'ordre 3 avec $\mathcal{D}$ strictement englobante.

Le théorème suivant, démontré dans [DEB 03a], étudie les différents cas possibles concernant la croissance d'un segment flou.

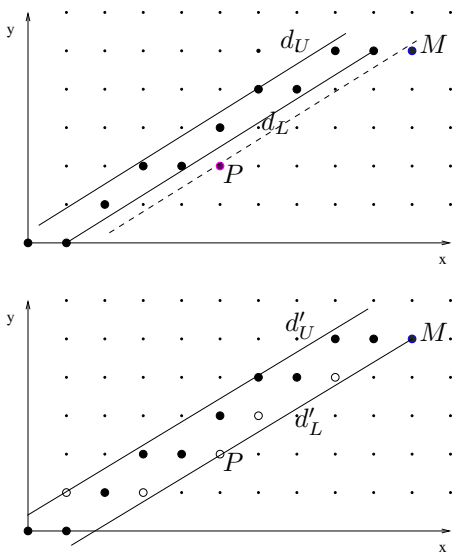

FIG. 2 – Un exemple de croissance de segment flou reposant sur le théorème 1.

Théorème 1 : considérons un segment flou $\mathcal{S}f$ du premier octant dans l'intervalle des abscisses $[0, l-1]$ et $\mathcal{D}(a, b, \mu, \omega)$, une droite strictement englobante. Dans ce cas, l'ordre de $\mathcal{S}f$ est $\frac{\omega}{b}$. Soit $M(x_M, y_M)$ un point entier connecté à $\mathcal{S}f$ ayant pour abscisse l ou $l-1$. Nous définissons le **reste** au point M, en fonction de $\mathcal{D}$, noté $r(M)$ par la valeur $\mathbf{r(M) = ax_M - by_M}$.

(i) Si $\mu \leq r(M) < \mu + \omega$, $M \in \mathcal{D}$;
$\mathcal{S}f \cup M$ est un segment flou d'ordre $\frac{\omega}{b}$ avec $\mathcal{D}$ comme droite strictement englobante.

(ii) Si $r(M) \leq \mu - 1$, M est extérieur à $\mathcal{D}$;
$\mathcal{S}f \cup M$ est un segment flou d'ordre $\frac{\omega'}{b'}$ et la droite $\mathcal{D}'(a', b', \mu', \omega')$ est strictement englobante, avec
- b' et a' les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{P_{r(M)+1}M}$, $P_{r(M)+1}$ étant le point dont le reste en fonction de $\mathcal{D}$ est $r(M)+1$ et $x_{P_{r(M)+1}} \in [0, b-1]$,
- $\mu' = a'x_M - b'y_M$
- $\omega' = a'x_{L_L} - b'y_{L_L} - \mu' + 1$, avec $L_L(x_{L_L}, y_{L_L})$ le dernier point d'appui inférieur de la droite $\mathcal{D}$ présent dans $\mathcal{S}f$.

(iii) Si $r(M) \geq \mu + \omega$, M est extérieur à $\mathcal{D}$;
$\mathcal{S}f \cup \{M\}$ est un segment flou d'ordre $\frac{\omega'}{b'}$ et la droite $\mathcal{D}'(a', b', \mu', \omega')$ est strictement englobante avec
- b' et a' les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{P_{r(M)-1}M}$, $P_{r(M)-1}$ étant le point dont le reste en fonction de $\mathcal{D}$ est $r(M)-1$ et $x_{P_{r(M)-1}} \in [0, b-1]$,
- $\mu' = a'x_{U_L} - b'y_{U_L}$ avec $U_L(x_{U_L}, y_{U_L})$ le dernier point d'appui supérieur de la droite $\mathcal{D}$ présent dans $\mathcal{S}f$,
- $\omega' = a'x_M - b'y_M - \mu' + 1$.

Un exemple d'application de ce théorème est donné sur la figure 2. En haut de celle-ci un segment flou $\mathcal{S}f$ d'ordre 1, la droite $\mathcal{D}(5, 8, -2, 8)$ est strictement englobante, d_U et d_L sont les droites d'appui de $\mathcal{D}$. Le point $M(10, 5)$ est ajouté à $\mathcal{S}f$, comme $r_{\mathcal{D}}(M) = 10$, l'ajout de M à $\mathcal{S}f$ correspond au cas (iii) du théorème : P est le point dans

$[0, 7]$ tel que $r_{\mathcal{D}}(P) = 9$, par conséquent, $\mathcal{S}f \cup \{M\}$ a pour droite strictement englobante $\mathcal{D}'(3, 5, -2, 7)$ dont la pente a été calculée avec le vecteur PM. En bas de la figure 2, une représentation de $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{S}f \cup \{M\}$ dont les points sont en noir, ceux de $\mathcal{D}'$ qui n'appartiennent pas à $\mathcal{S}f \cup \{M\}$ sont en blanc. d'_U et d'_L sont les droites d'appui de $\mathcal{D}'$.

L'algorithme présenté dans la section suivante est directement déduit du théorème 1.

3 Un algorithme de segmentation de courbes 8-connexes en segments flous

La courbe $\mathcal{C}$ est incrémentalement scannée : chaque point est examiné. Soit $\mathcal{S}f$ le segment flou courant, un point M de $\mathcal{C}$ est ajouté à $\mathcal{S}f$, les caractéristiques d'une droite strictement englobante de $\mathcal{S}f \cup M$ sont calculées (selon le théorème 1). Selon le rapport $\frac{\omega}{max(|a|,|b|)}$ obtenu, le segment courant inclut ou non le point M.
Dans l'algorithme donné ci-dessous, deux procédures sont utilisées :

- Chaque point M de E est analysé, transformé dans le premier octant et ajouté au segment courant par la procédure addPointSf qui modifie éventuellement les caractéristiques a, b, μ et ω d'une droite strictement englobante de ce segment, selon le théorème 1.
- La procédure testOctant teste la validité du point M selon l'octant du segment courant, et positionne à la bonne valeur la variable booléenne $isSameOctant$, mettant éventuellement à jour le numéro de l'octant du segment courant. La mise à jour de la variable booléenne $isSameOctant$ dans la procédure testOctant dépend des directions acceptées (éléments du code de Freeman) dans un segment flou pour un octant donné.

Algorithme de segmentation [DEB 03a, DEB 03b]

Entrée : $\mathcal{C}$ une suite 8-connexe de points et d l'ordre autorisé pour les segments flous.
Sortie : la liste L des segments flous, chacun d'eux étant défini par son nombre de points $nbPoint$ et les caractéristiques a, b, μ, ω d'une droite strictement englobante.
Initialisation : $a = 0$, $b = 1$, $\mu = 0$, $\omega = b$, $nbPoint = 1$, $M_c = (0, 0)$, $isSegment = true$, $end = false$, $isSameOctant = true$, M= le premier point de $\mathcal{C}$.

tant que !end **faire**
  tant que $isSegment$ et $isSameOctant$ et !end **faire**
    $M_{last} = M$;
    M = point suivant de $\mathcal{C}$;
    testOctant(M) ; M_c = image de M dans le premier octant ;
    $a_{last} = a$; $b_{last} = b$; $\mu_{last} = \mu$; $\omega_{last} = \omega$;
    si $isSameOctant$ **alors**
      addPointSf(a,b,μ,ω, M_c) ;
      $isSegment$ = $\frac{\omega}{b} \leq d$;
      si $isSegment$ **alors** $nbPoint$ ++ ; **finsi**
    finsi
    end = $\mathcal{C}$ est entièrement parcourue ;
  fintantque
  si $isSegment$ et $isSameOctant$ **alors**
    Ajouter à L le segment flou caractérisé par $nbPoint$ et, selon le segment courant, les caractéristiques transformées de a, b, μ, ω ;
  sinon
    Ajouter à L le segment flou caractérisé par $nbPoint$ et, selon le segment courant, les caractéristiques transformées de a_{last}, b_{last}, μ_{last}, ω_{last} ;
  finsi
  $a = 0$; $b = 1$; $\mu = 0$; $\omega = b$; $nbPoint = 1$; $M = M_{last}$;
  $M_c = (0, 0)$; $isSegment = true$; $isSameOctant = true$;
fintantque

Cet algorithme est très rapide, chaque point M de $\mathcal{C}$ est analysé une seule fois et ajouté au segment courant par la procédure addPointSf. Les opérations nécessaires pour faire évoluer les caractéristiques ne sont pas coûteuses (voir [DEB 03b] pour des détails).
L'ordre fixé pour la segmentation permet de contrôler l'amplitude du bruit autorisé en limitant l'épaisseur des droites discrètes englobant les segments.

Les résultats obtenus sont satisfaisants quand les courbes sont faiblement bruitées ; ce qui correspond à un ordre inférieur à 3. Pour des courbes fortement bruitées, l'ordre de segmentation doit être plus élevé et les extrémités des segments peuvent être décalées (c.f. la segmentation à l'ordre 7 dans la figure 3).

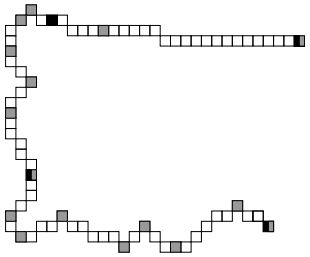

FIG. 3 – Exemple de segmentation pour 2 ordres différents. En noir (resp. gris) : les points des extrémités des segments flous obtenus à l'ordre 7 (resp. 1).

4 Analyse multi-niveaux

À bas niveau, les extrémités des segments obtenus sont bien localisées. Cependant, pour des chaînes de points bruitées trop de petit segments inconsistants sont également extraits. Quand le niveau augmente, nous pouvons remarquer que les extrémités des segments se déplacent depuis leurs positions initiales. En revanche le nombre de segments diminue et seuls les segments significatifs persistent[2]. Par exemple, à partir de la figure 3, nous pouvons constater que le nombre de segments pour un ordre de 1 est de 14 alors qu'il diminue à 3 pour un ordre de 7. À partir de ce constat, on souhaite conserver le nombre de segments du haut niveau mais avec un positionnement issu du niveau le plus bas.
Ainsi, nous proposons d'analyser une chaîne de points dans un espace multi-niveaux. Cet espace ressemble à la description en espace échelle proposée par A. Witkin [WIT 83] pour la détection de contours dans un espace échelle. La figure 4 montre un espace multi-niveaux déterminé à partir des segments obtenus à différents niveaux pour la chaîne de points de la figure 3.

[2]Par significatifs nous désignons les segments qui correspondent à une ébauche des segments principaux de la chaîne de points.

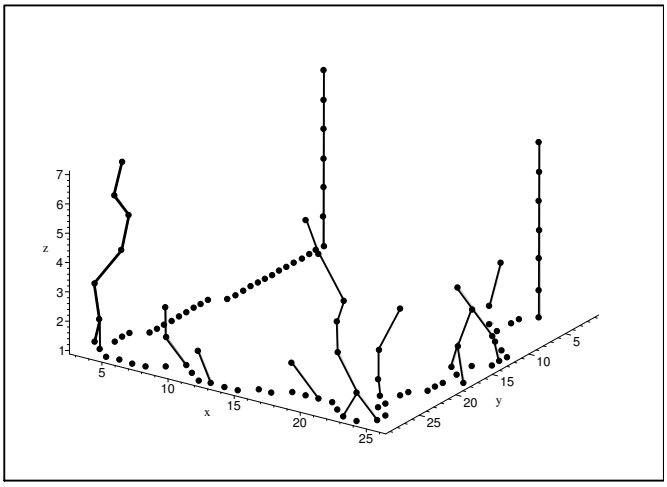

FIG. 4 – Exemple d'un espace multi-niveaux.

Pour chaque ordre d, représenté sur l'axe des Z, nous avons reporté les coordonnées des points extrémités des segments obtenus. Nous pouvons remarquer que 4 extrémités persistent. Ce sont celles qui correspondent à la description en trois segments de la chaîne de points. Par ailleurs, la position des points évolue excepté pour les extrémités de la chaîne. Lorsque le nombre de segments d'un niveau à un autre ne change plus, nous décidons d'arrêter le processus de description. À partir de ce niveau les extrémités des points sont projetées à un niveau inférieur et la nouvelle position de chaque point est définie à partir de l'extrémité de segment la plus proche issue du niveau inférieur. La taille du voisinage d'observation est égale à l'épaisseur du segment provenant du niveau en cours d'analyse. Cette épaisseur est déduite à partir de l'ordre (cf. §3).
Nous présentons dans ce qui suit l'algorithme général permettant d'extraire les points multi-ordres. $Approx$ est une fonction, issue de l'algorithme du §3, permettant de segmenter une suite $\mathcal{C}$ d'ordre d et renvoyant le nombre de points trouvés $nbpoint$ ainsi qu'une liste de points notée $L[d][nbpoint]$. Le voisinage de recherche pour un niveau donné est déterminé en calculant une distance de type « chess board », notée $Dist$.

Algorithme de recherche de points multi-ordres

Entrée : $\mathcal{C}$ une suite 8-connexe de points
Sortie : la liste L_{MO} des points multi-ordres
Initialisation : $d = 0$, $nbpoint = 0$

faire
  $d = d + 1$;
  $nbprec = nbpoint$;
  $nbpoint =$ Approx($\mathcal{C}$, d, $L[d]$) ;
tant que $nbpoint \neq nbprec$

$L_{MO} \Leftarrow L[d]$
pour $d_c = d - 1$ **jusqu'à** 1
 $\forall u \in L_{MO}$
  % 1 unique balayage est nécessaire pour considérer tous les
  % points
  si $\exists p \in L[d_c]/Dist(p,u) < E((d_c+1)/2) + 1$ **Alors**
   % déplacement dans l'espace multi-ordres (p remplace u)
   $L_{MO} \Leftarrow L_{MO} - \{u\}$
   $L_{MO} \Leftarrow L_{MO} \cup \{p\}$
  sinon
   $L_{MO} \Leftarrow L_{MO} - \{p\}$ % Chemin multi-ordres non valide
  finsi
finpour

5 Résultats expérimentaux

Les figures 5, 6 et 7 montrent des exemples d'approximation polygonale obtenus avec notre approche. À titre de comparaison, nous avons affiché sur les figures 6 et 7 les résultats trouvés en appliquant la méthode de Wall et Danielsson [WAL 84]. Nous avons ajusté au mieux leur seuil de coupure de telle sorte que le nombre de segments soit similaire à celui de notre approche. De plus, nous avons montré, dans la figure 7, les résultats de l'approximation polygonale obtenue pour chaque image au niveau le plus haut. Les niveaux d'arrêt sont respectivement de 11, 4 et 8. Nous avons constaté que le nombre d'itérations pour atteindre la convergence est lié à la régularité de la forme. Par ailleurs, dans notre approche le nombre de segments a été obtenu automatiquement alors qu'il a fallu essayer plusieurs seuils différents dans l'autre méthode pour découper l'image en un nombre de segments équivalent. Dans certains cas, des améliorations de l'algorithme devront être réalisées concernant le suivi de points dans l'espace multi-niveaux. Par exemple, sur la figure 7.h des points issus du niveau terminal ont été fusionnés en passant à un niveau inférieur. Un autre problème concerne le suivi de points pour lesquels deux choix sont possibles (points à égale distance) à des niveaux inférieurs (cf. espace multi-niveaux de la figure 4). Pour l'instant, un chemin par défaut est choisi. Enfin, le premier point de la chaîne est considéré à tous les niveaux même si il ne correspond pas à l'extrémité d'un segment attendu. Nous envisageons de réaliser ce découpage à partir de l'estimation de la tangente en certains points [DEB 04].

6 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté un cadre pour analyser une chaîne de points dans un espace multi-ordres qui donne une approximation polygonale rapide. Contrairement aux autres approches où l'erreur d'approximation est définie manuellement, ici la méthode est exempte de seuil et semble produire le meilleur compromis entre le nombre de segments et leur localisation. L'approche propose un découpage automatique de la chaîne de points en ses segments principaux. Actuellement, nous travaillons dans différentes voies (voir §5) pour rendre l'approche plus robuste.

Références

[ANS 91] ANSARI N., DELP E. J., On Detecting Dominant Points, *PR*, vol. 24, n° 5, 1991, pp. 441–451.

[DAV 99] DAVIS T., Fast Decomposition of Digital Curves into Polygons Using the Haar Transform, *IEEE Transactions on PAMI*, vol. 21, n° 8, 1999, pp. 786–790.

[DEB 03a] DEBLED-RENNESSON I., RÉMY J.-L., ROUYER-DEGLI J., Segmentation of Discrete Curves into Fuzzy Segments, DEL LUNGO A., DI GESÙ V., KUBA A., Eds., *9th International Workshop on Combinatorial Image Analysis, Electronic Notes in Discrete Mathematics*, vol. 12, may 2003.

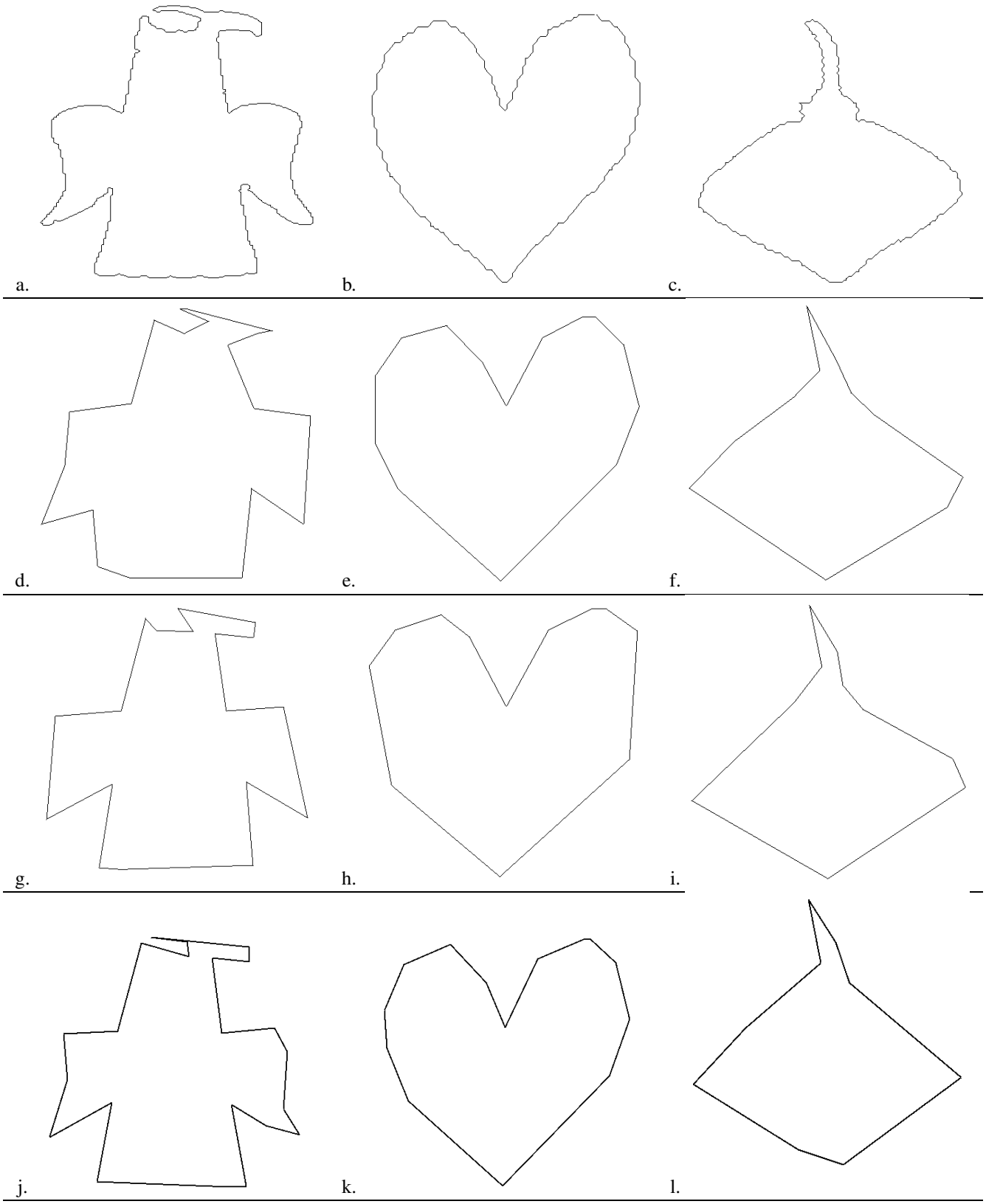

FIG. 7 – Autres résultats expérimentaux.
a)-c) Images initiales. d)-f) Résultats de l'approximation polygonale obtenus à haut niveau avec notre méthode. g)-i) Résultats finals obtenus avec l'analyse multi-niveaux. j)-l) Résultats obtenus avec l'algorithme de Wall et Danielsson [WAL 84] à partir de la plateforme QGAR (http ://www.qgar.org/)

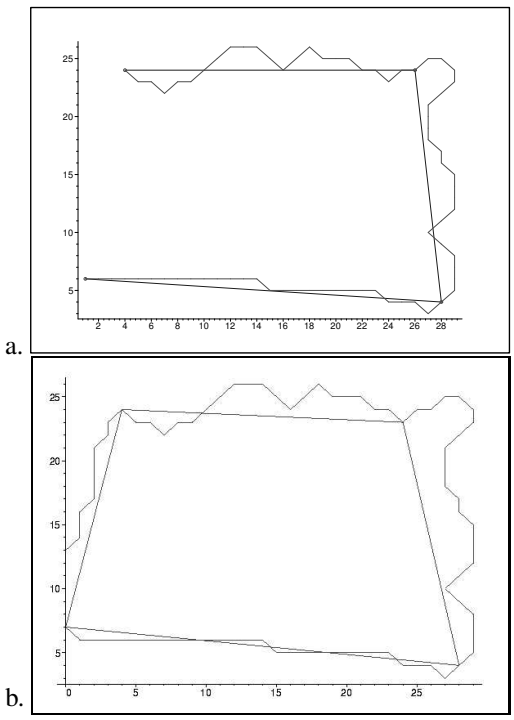

FIG. 5 – Résultats expérimentaux.
a), b) Résultats obtenus automatiquement avec notre approche.

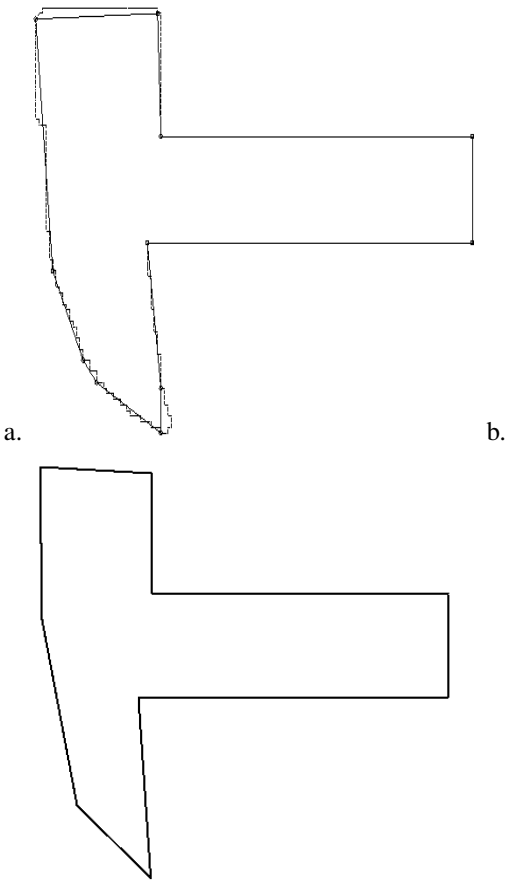

FIG. 6 – Résultats expérimentaux.
*a) Résultats obtenus automatiquement avec notre approche (*11 *segments). b) Résultats obtenus avec l'algorithme de Wall et Danielsson [WAL 84] avec un seuil de coupure de* 30 *(*12 *segments).*

[DEB 03b] DEBLED-RENNESSON I., RÉMY J.-L., ROUYER-DEGLI J., Segmentation of Discrete Curves into Fuzzy Segments, extented version, *INRIA Report RR-4989 (http ://www.inria.fr/rrrt/rr-4989.html)*, november 2003.

[DEB 04] DEBLED-RENNESSON I., Estimation of Tangents to a Noisy Discrete Curve, *Vision Geometry XII, Electronic Imaging, San José*, Jan 2004.

[KOL 03] KOLESNIKOV A., FRÄNTI P., Reduced-search dynamic programming for approximation of polygonal curves, *PRL*, vol. 24, n° 14, 2003, pp. 2243–2254.

[PER 94] PEREZ J., VIDAL E., Optimum polygonal approximation of digitized curves, *PRL*, vol. 15, 1994, pp. 743–750.

[RAM 72] RAMER U., An Iterative Procedure for the Polygonal Approximation of Plane Curves, *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 1, 1972, pp. 244–256.

[RAY 95] RAY B., RAY K., A new split-and-merge technique for polygonal approximation of chain coded curves, *PRL*, vol. 16, 1995, pp. 161–169.

[REV] REVEILLÈS J.-P., Géométrie discrète, calculs en nombre entiers et algorithmique, Thèse d'état. Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1991.

[ROS 89] ROSIN P. L., WEST G. A., Segmentation of Edges into Lines and Arcs, *IVC*, vol. 7, n° 2, 1989, pp. 109–114.

[ROS 97] ROSIN P. L., Techniques for Assessing Polygonal Approximations of Curves, *IEEE Transactions on PAMI*, vol. 19, n° 6, 1997, pp. 659–666.

[SAL 01] SALOTTI M., An efficient algorithm for the optimal polygonal approximation of digitized curves, *PRL*, vol. 22, 2001, pp. 215–221.

[SKL 80] SKLANSKY J., GONZALEZ V., Fast Polygonal Approximation of Digitized Curves, *PR*, vol. 12, 1980, pp. 327–331.

[WAL 84] WALL K., DANIELSSON P., A Fast Sequential Method for Polygonal Approximation of Digitized Curves, *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, vol. 28, 1984, pp. 220–227.

[WIT 83] WITKIN A., Scale space filtering, *In Proc. International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1983.

[WU 93] WU W., WANG M., Detecting the Dominant Points by the Curvature-Based Polygonal Approximation, *Graphical Models and Image Processing*, vol. 55, n° 2, 1993, pp. 79–88.

[YIN 00] YIN P., A Tabu Search Approach to Polygonal Approximation of Digital Curves, *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 14, n° 2, 2000, pp. 243-255.